



1. Zderivujte funkce:

$f(x) = 2x^3 + 5x^7 - x^8$	$[6x^2 + 35x^6 - 8x^7]$
$f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$	$\left[\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}} \right]$
$f(x) = 2^x - \cot gx + \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}, x \in (0, \pi)$	$\left[2^x \ln 2 + \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{5x^{\frac{8}{5}}} \right]$
$f(x) = e^x 3^x$	$[e^x 3^x + e^x 3^x \ln 3]$
$f(x) = x^2(x^3 - 2x + 1)$	$[x(5x^3 - 6x + 2)]$
$f(x) = x \ln x, \quad x > 0$	$[1 + \ln x]$
$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$	$\left[\frac{\ln x - 2}{2\sqrt{x} \ln^2 x} \right]$
$f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}, x \neq 0$	$\left[\frac{2e^x}{(1 - e^x)^2} \right]$
$f(x) = \frac{x}{1 - \cos x}, x \in (0, 2\pi)$	$\left[\frac{1 - \cos x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2} \right]$
$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$	$\left[\frac{4x}{(x^2 + 1)^2} \right]$
$f(x) = \sqrt{1 + \ln^2 x}$	$\left[\frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln^2 x}} \right]$
$f(x) = \arctg^2 x^2$	$\left[\frac{4x \arctg x^2}{1 + x^4} \right]$
$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$	$\left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right]$
$f(x) = \sin^2(\cos(4x))$	$[-8 \sin(\cos(4x)) \cdot \cos(\cos(4x)) \cdot \sin(4x)]$
$f(x) = \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)}$	$\left[\frac{2 \sin x \cdot \cos^2 x + \sin^3 x}{\cos^2 x} \right]$
$f(x) = e^{10x^3 + 5x}$	$[e^{(10x^3 + 5x)} \cdot (30x^2 + 5)]$
$f(x) = e^{3x} \cdot \sin(5x)$	$[3e^{3x} \sin 5x + 5e^{3x} \cos(5x)]$
$f(x) = x^2 \cdot \ln x^5$	$[2x \ln x^5 + 5x]$



2. Vypočítejte derivaci funkce $f(x)$ v bodě x_0

$$f(x) = e^{\sqrt{x+1}}, x_0 = 0 \quad \left[\frac{1}{2}e \right]$$

3. Vypočítejte druhé derivace

$$f(x) = \frac{\cos x}{x} \quad \left[f''(x) = \frac{2x \sin x - (x^2 - 2) \cos x}{x^3} \right]$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \left[f''(x) = \frac{6}{x^4} \right]$$

4. Vypočítejte první, druhou a třetí derivaci funkce $f(x) = \sqrt{x}$ v bodě $x_0=1$

$$\left[f'(1) = \frac{1}{2}; f''(1) = -\frac{1}{4}; f'''(1) = \frac{3}{8} \right]$$

5. Vypočítejte limity funkcí s užitím l'Hospitalovým pravidlem

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^3 + x^2 - 6x} =$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} =$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^4 + 1} =$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} x^2 =$

[a) 0; b) 0; c) 0; d) 0]

6. Vypočítejte parciální derivace podle x a y

$$f(x) = e^{x^2+y^2}$$

$$f(x) = \arctg \frac{x}{y}$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x^2+y^2} \cdot 2x; \frac{\partial f}{\partial y} = e^{x^2+y^2} \cdot 2y \right]$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y}{x^2 + y^2}; \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x}{x^2 + y^2} \right]$$